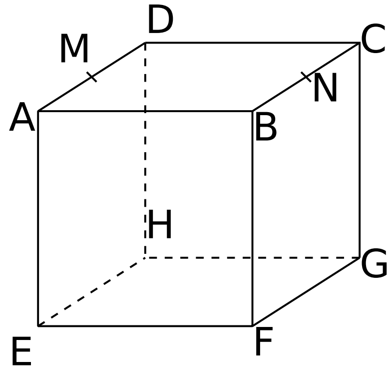
Devoir sur table numéro 5 – classe de 2nde 6

Corrigé

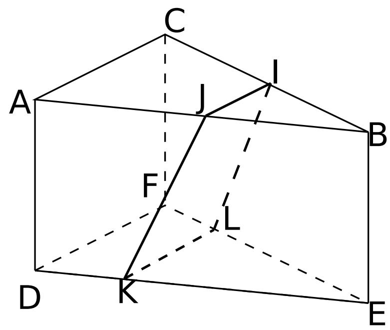
1 Position relative de plans et de droites (7)



Dans la figure ci-contre, $ABCDEFGH$ est un cube. M est le milieu de $[AD]$, et N est le milieu de $[BC]$.

1. (Sur l'énoncé) : donner, sans justifier
   a) Une droite parallèle à la droite (BF) :
   Réponse : (AE), (DH) ou (CG)
   b) Une droite sécante à la droite (AC) :
   Réponse : (BC), (CG), (EC), (BN), ...
   c) Une droite confondue avec la droite (BC) :
   Réponse : (NB) ou (NC)
   d) Deux droites non coplanaires :
   Réponse : (AB) et (CG), ou (AF) et (CH), ...
   e) Un plan parallèle au plan (ADH) : Réponse : (BCG), ...
   f) Un plan sécant au plan (MNC) : Réponse : (DCH), ou (ABF), ...
   g) Une droite contenue dans le plan (CBF) : Réponse : (BF), (NC) ou (NG), ...
   h) Une droite sécante au plan (DCH) : Réponse : (AH) ou (BC), ...
   [Barème : 0,5 pt par question, donc 4 points]
2. Étudier l'intersection des plans (ABF) et (DCB). [Barème : 1,5]
   Réponse : $B \in (ABF)$ et $B \in (DCB)$.
   $A \in (ABF)$ et $A \in (DCB)$ car $ABCD$ est une face du cube.
   $F \in (ABF)$ mais $F \notin (DCB)$, donc les plans ne sont pas confondus.
   Les plans (ABF) et (DCB) sont donc sécants en (AF).
3. Étudier l'intersection de la droite (MN) et du plan (CGF). [Barème : 1,5]
   Réponse : $N \in (MN)$ et $N \in (CFG)$ car N est sur la droite (BC) qui est inclus dans le plan $(BCGF)$.
   De plus, $M \in (MN)$ mais $M \notin (CFG)$. Donc la droite (MN) n'est pas incluse dans le plan (CGF).
   La droite et le plan sont sécants en N.

2 Parallélisme dans l'espace (5)



Dans la figure ci-contre, $ABCDEF$ est un prisme droit à base triangulaire (ABC). I est le milieu de $[BC]$, J est le milieu de $[AB]$, et K est un point de l'arête $[DE]$. Le plan (IJK) coupe la droite (EF) en L.

1. Montrer que les droites (IJ) et (AC) sont parallèles. [Barème : 2]
   Réponse : On se place dans le plan (ABC). Les points B, I, C sont alignés dans cet ordre et les points B, J, A aussi.
   I est le milieu de $[BC]$ donc $BI = \frac{BC}{2}$, donc $\frac{BI}{BC} = \frac{1}{2}$.
   J est le milieu de $[AB]$ donc $BJ = \frac{AB}{2}$, donc $\frac{BJ}{BA} = \frac{1}{2}$.
   On a $\frac{BI}{BC} = \frac{BJ}{BA}$, donc par la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AC) et (IJ) sont parallèles.
   Remarque : on peut aussi utiliser le théorème de la droite des milieux.

2. Montrer que les droites (IJ) et (KL) sont parallèles. [*Barème : 2*] Réponse : Les plans (ABC) et (DEF) sont parallèles (car $ABCDEF$ est un prisme droit).
   On sait que la droite (IJ) est dans le plan (ABC) et le plan (IJK) donc les plans (IJK) et (ABC) sont sécants en (IJ).
   La droite (KL) est l'intersection des plans (IJK) et (DEF).
   Donc par la propriété (P5), les droites (KL) et (IJ) sont parallèles.

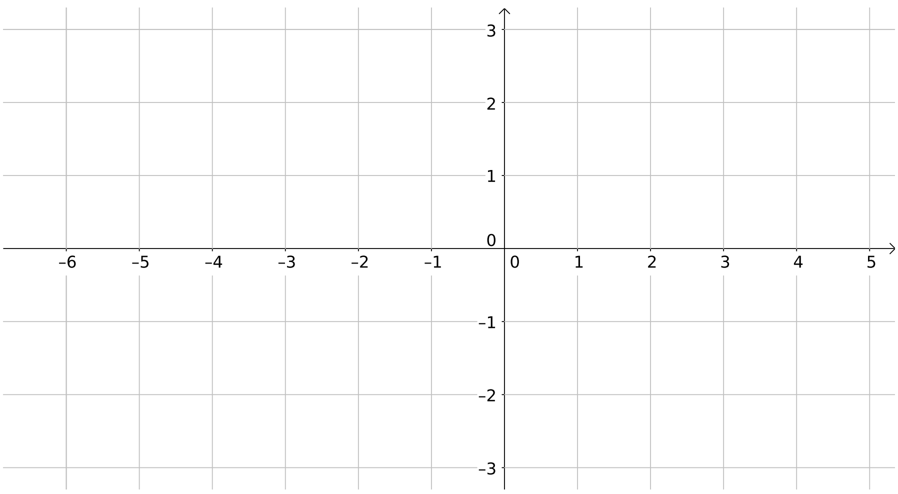
3. Quelle est la position relative des droites (DF) et (KL) ? Justifier. [*Barème : 1*] Réponse : On sait que $(DF)//(AC)$, car $DFCA$ est un rectangle.
   On a $(AC)//(IJ)$ (montré dans la question 1).
   Par (P1), $(DF)//(IJ)$.
   On a aussi $(IJ)//(KL)$ d'après la question 2.
   Par (P1), encore, (DF) et (KL) sont parallèles.

3 Fonctions (5)

f est une fonction dont on donne le tableau de variation ci-dessous

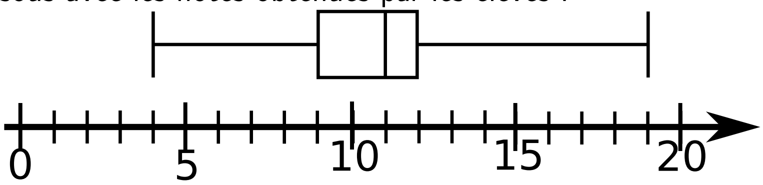
x	$-\infty$		-4		1		2
$f(x)$		$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	3

1. Quel est l'ensemble de définition de f ? [*Barème : 0,5*]
2. Quel est le maximum de f sur $[-5;2]$ et où est-il atteint ? [*Barème : 0,5*]
3. Quelqu'un prétend « f est décroissante sur $]-2;1[$. ». Est-ce juste ? Argumenter. [*Barème : 0,5*]
4. Quelqu'un prétend « Le minimum de f sur son ensemble de définition est 0, atteint en 1. ». Est-ce juste ? Argumenter. [*Barème : 1*]
5. On donne maintenant une nouvelle information sur f : $f(-6) = 0$. Étudier le signe de f sur son ensemble de définition. [*Barème : 1,5*]
6. Représenter dans le repère ci-dessous un graphe possible pour f. [*Barème : 1*]



4 Statistiques (3)

Suite à un devoir de mathématique dans une classe, le professeur réalise le diagramme en boîte ci-dessous avec les notes obtenues par les élèves :



1. Quelle est la médiane de la classe ? [*Barème : 0,5*]
2. Quelle est l'étendue des notes ? [*Barème : 0,5*]
3. Quel est l'écart interquartile ? [*Barème : 0,5*]
4. Quel pourcentage d'élèves, environ, a une note se situant entre 9 et 12 ? [*Barème : 0,5*]
5. Est-il possible que la moyenne soit égale à 15 ? Argumenter. [*Barème : 1*]

5 Bonus

On considère une pyramide régulière à base carrée. Le côté du carré mesure 1, et sa hauteur mesure également 1. Quelle est l'aire de cette pyramide ?

Réponse : $\sqrt{5}+1 \simeq 3,24$